

## BOBINAS DE HELMHOLTZ PARA CALIBRAÇÃO DE SENSORES HALL

HELMHOLTZ COILS FOR HALL SENSOR CALIBRATION

DÊNIS ARANHA DA SILVA<sup>1</sup>  
EVELINE GONÇALVES FREITAS<sup>2</sup>  
ROMEU ABRAHÃO PEREIRA<sup>3</sup>  
WILLIAM GIGO<sup>4</sup>  
LEANDRO AURELIANO DA SILVA<sup>5</sup>

1,2,3,4,5

**FACTHUS**

FACULDADE DE TALENTOS HUMANOS.

UBERABA (MG)

3

**CBPF**

CENTRO BRASILEIRO DE PESQUISAS FÍSICAS.

RIO DE JANEIRO (RJ)

<sup>1</sup> e-mail: [denis.aranha30@hotmail.com](mailto:denis.aranha30@hotmail.com)

<sup>2</sup> e-mail: [eveline\\_freitas@outlook.com](mailto:eveline_freitas@outlook.com)

<sup>3</sup> e-mail: [romeuabrahao@yahoo.com.br](mailto:romeuabrahao@yahoo.com.br)

<sup>4</sup> e-mail: [wgigo@facthus.edu.br](mailto:wgigo@facthus.edu.br)

<sup>5</sup> e-mail: [lasilva@facthus.edu.br](mailto:lasilva@facthus.edu.br)

### AUTOR CORRESPONDENTE

CORRESPONDING AUTHOR

WILLIAM GIGO

**FACTHUS - Faculdade de Talentos Humanos**

Rua Manoel Gonçalves de Rezende, 230 - Bairro Vila São

Cristóvão - Uberaba/MG

e-mail: [wgigo@facthus.edu.br](mailto:wgigo@facthus.edu.br)

### RESUMO:

Os campos magnéticos desempenham importante função em física e engenharia. Em diversas aplicações científicas e tecnológicas, os campos são produzidos por correntes e ímãs permanentes. A necessidade de se obter campo magnético uniforme em uma região do espaço, é de uso em calibrações de magnetômetros, compensação de campo magnético terrestre, experimentos bio-eletromagnéticos, bem como na caracterização e calibração de sensores magnéticos. Neste trabalho é apresentado o projeto, otimização, construção e testes experimentais de um dispositivo com duas bobinas constituindo o arranjo conhecido como Bobinas de *Helmholtz*. A simulação teórica do campo produzido é feita utilizando o programa *Comsol*, com o objetivo de comparação com o campo obtido experimentalmente, e posterior uso para calibração de sensor Hall em função da corrente e tensão.

### PALAVRAS-CHAVES:

Campo magnético uniforme; Bobinas de Helmholtz; Fluxo magnético; Sensor Hall.

### ABSTRACT:

*The magnetic fields play an important role in physics and engineering. In several scientific and technological applications, the fields are produced by chains and permanent magnets. The need to obtain uniform magnetic field in a space region is of use in magnetometer calibrations, terrestrial magnetic field compensation, bio-electromagnetic experiments, as well as in the characterization and calibration of magnetic sensors. In this work the design, optimization and experimental construction and testing of a device with two coils constituting the arrangement known as Helmholtz Coils is presented. The theoretical simulation of the field produced is done using the Comsol program, with the objective of comparing with the field obtained experimentally, and later use for Hall sensor calibration as a function of current and voltage.*

### KEYWORDS:

*Uniform magnetic field, Helmholtz Coils, Magnetic flux, Sensor Hall.*

INTRODUÇÃO

O posicionamento de um par paralelo de bobinas circulares idênticas, separadas por uma distância exatamente igual ao seu raio, cada uma contendo um número N de espiras, de modo que a corrente flua através de ambas as bobinas no mesmo sentido, foi idealizado pelo físico alemão Hermann von Helmholtz e denomina-se Bobinas de Helmholtz. Este enrolamento resulta em um campo magnético extremamente uniforme na região central entre as bobinas (HALLIDAY, RESNICK E WALKER, 2012).

O objetivo desse arranjo é permitir que cientistas e engenheiros realizem experimentos e testes que exigem um campo magnético constante em um ambiente conhecido. A geração de campo de Helmholtz pode ser estática, com variação de tempo DC ou AC, dependendo da aplicação.

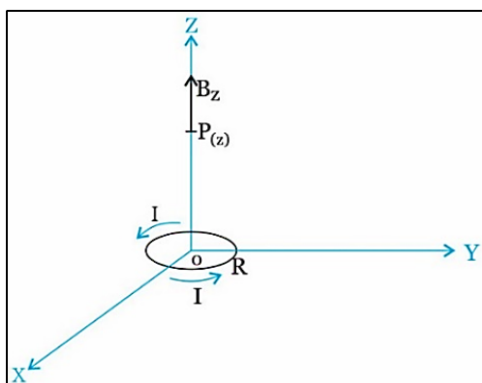
Neste trabalho serão apresentadas as equações resultantes para definir os parâmetros do projeto, a construção de dois módulos (um enrolador de bobinas e um suporte para estabilizá-las paralelamente), o arranjo experimental para obtenção dos valores do campo magnético utilizando um sensor de efeito Hall e a simulação teórica no programa *Comsol Multiphysics* para compará-la com os testes realizados.

SISTEMA DE BOBINAS HELMHOLTZ

Conforme demonstrado na Fig.1, Kraus, Carver (1973) e Carter (1967) afirmam na equação (1) que o campo magnético ( $B_z$ ) em um ponto P no eixo de uma espira circular de raio R, percorrida por uma corrente I, à distância Z da mesma, é:

$$B_z = \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{2 \cdot (Z^2 + R^2)^{3/2}} \tag{1}$$

Figura 1: Campo magnético de uma corrente I na espira de raio R em um ponto no seu eixo.

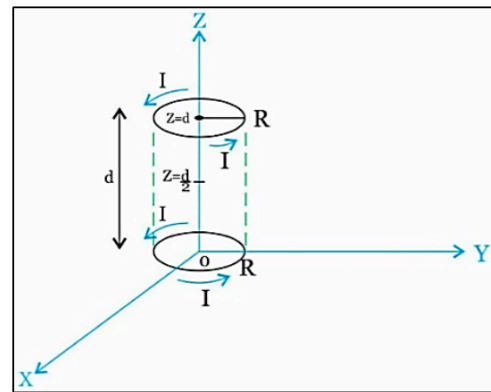


Fonte: Autores.

Para se ter um campo magnético uniforme em uma região do espaço, utiliza-se um par de espiras separadas por uma distância  $Z = d$  como na figura 2, ambas percorridas por uma corrente de mesma intensidade I. O campo magnético resultante ao longo do eixo Z é pelo princípio da superposição, segundo Kraus e Carver (1973) evidenciam na equação (2), na qual  $\mu_0$  representa a permeabilidade magnética no vácuo. No SI seu valor é  $4\pi \times 10^{-7}$  H/m.

$$B_z = \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{(Z^2 + R^2)^{3/2}} + \frac{1}{[(Z - d)^2 + R^2]^{3/2}} \right\} \tag{2}$$

Figura 2: Bobina de Helmholtz formada por duas espiras separadas por uma distância d e percorrida por uma corrente I.



Fonte: Autores.

Derivando a equação (2), tem-se:

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = \frac{3\mu_0 I \cdot R^2}{2} \cdot \left\{ \frac{-Z}{(Z^2 + R^2)^{5/2}} - \frac{(Z - d)}{[(Z - d)^2 + R^2]^{5/2}} \right\} \tag{3}$$

a qual se anula em  $Z = \frac{d}{2}$  que representa um máximo de  $B_z$ .  $z \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$  em  $Z = \frac{d}{2}$ .

A derivada segunda da equação (3) é:

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial^2 z} = \frac{3\mu_0 I \cdot R^2}{2} \cdot \left\{ \frac{5Z}{(Z^2 + R^2)^{7/2}} - \frac{1}{(Z^2 + R^2)^{5/2}} + \frac{5(Z - d)^2}{[(Z - d)^2 + R^2]^{7/2}} \right\} \tag{4}$$

Se  $d = R$ , a equação (4) se anula em  $Z = \frac{d}{2}$ , coordenada em Z que representa o ponto médio entre os eixos das bobinas, resultando um

campo magnético uniforme máximo no centro do sistema que constitui o arranjo de Helmholtz.

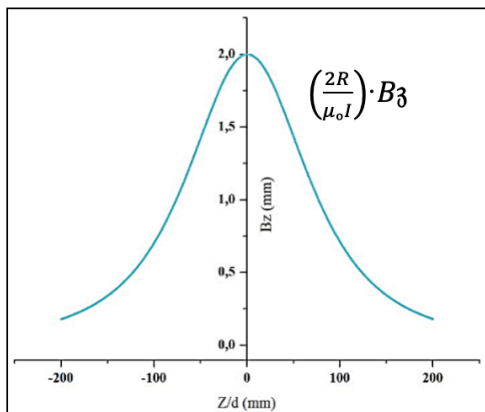
A figura 3 mostra o campo magnético das bobinas em função de  $\frac{Z}{d}$ , apresentando máximo em  $Z = \frac{d}{2}$ .

Segundo Knoepfel (2000), a densidade de fluxo magnético  $B$  no centro do sistema é:

$$B = \frac{8,9917 \times 10^{-7} \cdot N \cdot I}{R} \quad (5)$$

em que  $N$  é o número de espiras,  $I$  a intensidade de corrente em  $A$  e,  $R$  é o raio da espira em  $m$ .

**Figura 3:** Gráfico do campo magnético das espiras de Helmholtz apresentando valor máximo na região central entre as espiras



Fonte: Autores.

### PARÂMETROS DE PROJETO E ARRANJO EXPERIMENTAL

O campo magnético resultante no eixo das bobinas de Helmholtz, é a soma das contribuições dos campos produzidos pelas espiras individuais, os quais são função do número de espiras  $N$  e da corrente circulante  $I$ . A intensidade de corrente é limitada pela geração de calor por efeito *Joule* que, por sua vez, depende da secção transversal, do comprimento e da natureza do material do fio.

Para o cobre de resistividade  $\rho_r = 1,6 \times 10^{-8} \omega m$ , densidade média  $\rho_m = 8960 \text{kg/m}^3$  e diâmetro da secção circular igual  $D = 1,024 \text{mm}$ , a massa de um comprimento  $\ell$  de fio é dada pela equação (6):

$$m = \rho_m \cdot \ell \cdot A \quad (6)$$

A área da secção sendo  $A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$  fica:  $\rho_m \cdot \ell \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2$ .

A potência gerada pela passagem de corrente  $I$  é dada pela equação (7):

$$P = m \cdot c \cdot \frac{\Delta T}{t} \quad (7)$$

sendo  $c$  o calor específico e  $\Delta T/t$  a taxa de acréscimo de temperatura na unidade de tempo.

De acordo com Boylestad (2004), em função da resistência  $R$  do fio e da corrente  $I$ , a potência se expressa pela equação (8):

$$P = R \cdot I^2 \quad (8)$$

Igualando as duas expressões de  $P$  obtém-se a equação (9):

$$m \cdot c \cdot \frac{\Delta T}{t} = R \cdot I^2 \quad (9)$$

Através de desenvolvimentos matemáticos, a equação (9) pode ser escrita:

$$\frac{\Delta T}{t} = \frac{RI^2}{mc} = \frac{\rho_r \frac{\ell}{A} I^2}{\rho_m \ell A c} = \frac{\rho_r I^2}{\rho_m c A^2} \quad (10)$$

E resulta:

$$\frac{\Delta T}{t} = \frac{\rho_r I^2}{c \rho_m \frac{\pi}{4} D^2} \quad (11)$$

A qual fornece:

$$I = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \left( \frac{\Delta T c \rho_m}{\rho_r} \right)^{1/2} \quad (12)$$

Com os valores numéricos adotados e a taxa de acréscimo de temperatura igual a  $0,27 \text{K/s}$ , aplica-se a equação (12) resultando em uma corrente  $I = 2,5 \text{A}$ .

Para o cálculo da intensidade de campo magnético gerado no centro, pode ser usada a equação (5). Se adotar um valor de  $B_z = 0,0216 \text{T}$  com as bobinas de raio  $0,10 \text{m}$ , resulta o número de espiras igual a 961.

Bronaugh (1995) e Kirschvink (1992) destacam que a forma geométrica da secção transversal da bobina tem sido estudada para diversas aplicações, sendo a de secção quadrada a que apresenta o campo magnético mais homogêneo.

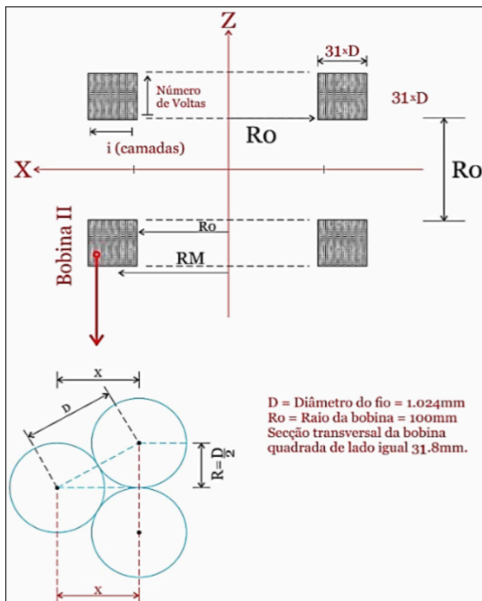
A figura 4 mostra a secção transversal das bobinas de Helmholtz, com o eixo  $z$  comum às duas bobinas e o número de voltas igual a 961, compondo 31 camadas com igual número de espiras em cada uma.

### CONSTRUÇÃO E EXECUÇÃO DO PROJETO

O módulo enrolador de bobinas (figura 5) foi construído de modo a atender os parâmetros definidos pelo projeto, como diâmetro, secção e número de voltas. Consiste em um equipamento todo feito de madeira MDF, com três discos maciços dispostos de maneira similar a um carretel. O disco central delimita o diâmetro interno e espessura das bobinas e os dois discos laterais possuem um diâmetro maior para delimitar a altura e largura do enrolamento.

Para fazer o acionamento do enrolador utilizou-se uma manivela acoplada a um eixo conectado ao centro dos discos e em duas bases que estabilizavam a estrutura.

**Figura 4:** Arranjo das bobinas, com as suas seções transversais e eixo comum Z.



Fonte: Autores.

**Figura 5:** Módulo enrolador de bobinas.



Fonte: Autores.

Com as bobinas enroladas e compactadas, realizou-se testes para identificar se apresentavam as mesmas dimensões, uma vez que medidas iguais implicam em bobinas com melhor rendimento e uniformidade do campo magnético entre elas. A execução dos testes foi dada por meio da Segunda Lei de Ohm (O'MALLEY, 1992), demonstrada

na equação (13):

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} \quad (13)$$

Em que  $R$  é a resistência elétrica do condutor,  $\rho$  a resistividade do material,  $\ell$  o comprimento e  $A$  é a área de seção transversal do condutor.

O teste consiste em medir a resistência elétrica das bobinas utilizando um ohmímetro de precisão e compará-las. Caso apresentassem o mesmo valor de resistência, os seus comprimentos também seriam iguais, já que as bobinas são feitas de mesmo material e possuem resistividade e áreas de mesmo valor.

Ao fazer as medições em ambas as bobinas, os valores de suas resistências diferiam de forma consideravelmente pequena, portanto, com a equação 13, foi possível descobrir o comprimento excedente da bobina que apresentava a maior resistência e removê-lo, obtendo as mesmas dimensões elétricas em ambas as bobinas.

Os suportes das bobinas foram feitos todo em material de madeira compensada, uma vez que a estrutura não pode ser composta de material ferromagnético.

A estrutura consiste em estreitas placas de madeira encaixadas entre si, envolvendo as bobinas, semelhante à um quadrado. Com os suportes prontos, a fixação das bobinas por meio de abraçadeiras de náilon as deixa imóveis e bem compactas. A figura 6 mostra a estrutura finalizada pronta para o encaixe das bobinas após a pintura em verniz.

**Figura 6:** Suporte das bobinas.



Fonte: Autores.

**FUNCIONAMENTO E TESTES DO EQUIPAMENTO**

Neste arranjo é muito importante o sentido das correntes elétricas em cada uma das bobinas. A corrente elétrica percorrida em cada uma das bobinas deve ser tal que o campo magnético provocado por cada uma delas se some no centro do arranjo. Uma inversão no sentido de uma das correntes elétricas poderá anular o campo magnético a ser medido. Portanto, a ligação deve ser feita conectando o terminal exterior da bobina 1 com o terminal interior da bobina 2, formando uma ligação em série entre elas. Isso faz com que a corrente elétrica flua em um mesmo sentido nas duas bobinas gerando um campo magnético também de mesmo sentido. Com os terminais conectados, as bobinas podem ser acionadas por uma fonte de corrente contínua ligada nos terminais restantes.

Por meio de uma fonte reguladora de tensão alternada variável (modelo TDGC2-1 1 KVA 220VCA) e de uma ponte retificadora de potência (modelo KBPC-5010 50A/1000V), foi possível obter uma fonte regulável de tensão para ligar o equipamento e colocá-lo em funcionamento, como visto na figura 7.

**Figura 7:** Fonte de tensão conectada ao equipamento.

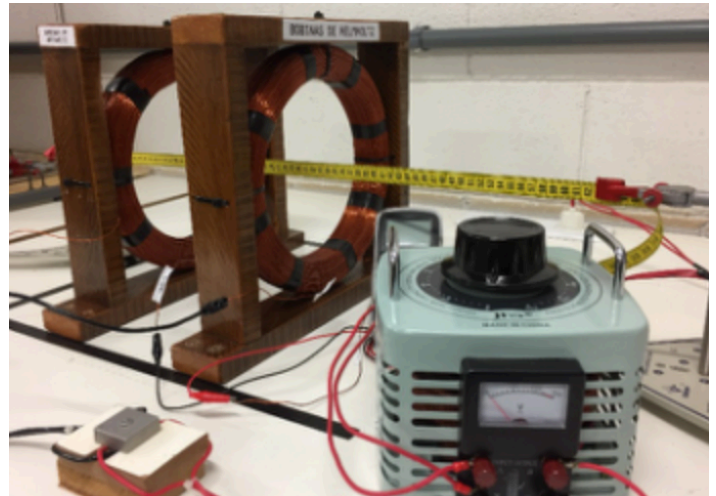


**Fonte:** Autores.

No arranjo experimental as bobinas foram dispostas em distâncias de 5 a 15 cm de espaçamento, realizando testes a cada centímetro em que eram afastadas e aplicando uma corrente de intensidade de 2,5A. Com a utilização de um gaussímetro modelo HT20 Tesla Meter, foi medida a densidade de fluxo magnético na região central movimentando-se a sonda a cada centímetro. Para o posicionamento foi utilizado uma fita métrica no centro entre as bobinas, como mostra a figura 8.

Os dados coletados com a realização dos testes foram lançados no *OriginLab*, software utilizado para análise de dados e gráficos cientí-

**Figura 8:** Testes e medições das bobinas.



**Fonte:** Autores.

ficos. Em cada medição realizada, ajustou-se a curva gaussiana, que indica o ponto máximo de densidade de fluxo magnético. Analisando todos os dados gerados, verificou-se que o espaçamento de 7 cm (tabela 1) entre as bobinas apresentou a maior densidade de fluxo magnético em comparação com os outros espaçamentos.

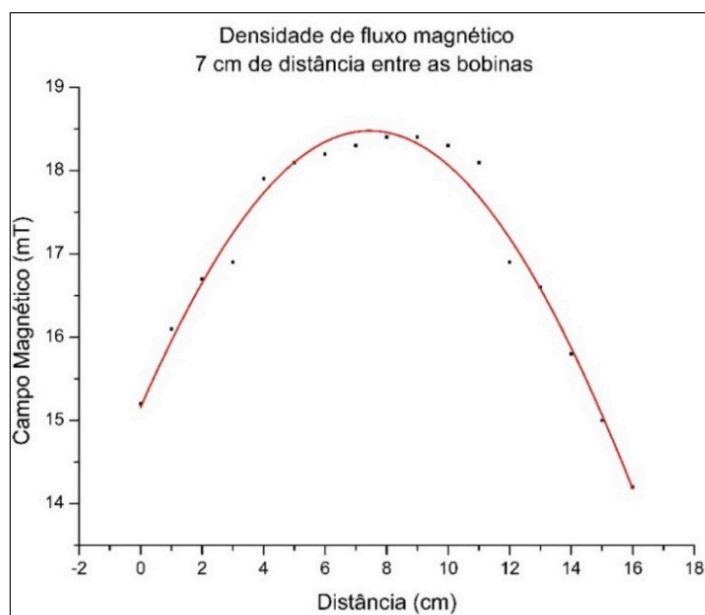
**Tabela 1:** Densidade de fluxo magnético para 7 cm

Eixo X (cm)	Densidade de fluxo magnético (mT)
0	15,2
1	16,1
2	16,7
3	16,9
4	17,9
5	18,1
6	18,2
7	18,3
8	18,4
9	18,4
10	18,3
11	18,1
12	16,9
13	16,6
14	15,8
15	15,0
16	14,2

**Fonte:** Autores.

Os dados da tabela 1 foram utilizados para projeção do gráfico em curva gaussiana. A figura 9 mostra este resultado e apresenta uma máxima densidade de fluxo magnético em 18,4 mT.

A divergência da distância definida no projeto ,10 cm, com a distância obtida nos testes e medições, 7 cm, ocorreu devido à construção

**Figura 9:** Dados obtidos para 7 cm.

Fonte: Autores.

rudimentar do arranjo das bobinas. O uso do fio de cobre de seção circular, o enrolamento desordenado e o diferente número de espiras são alguns dos fatores que ocasionam perdas e, por fim, apresentam um relevante impacto na eficiência do campo magnético proveniente entre as bobinas.

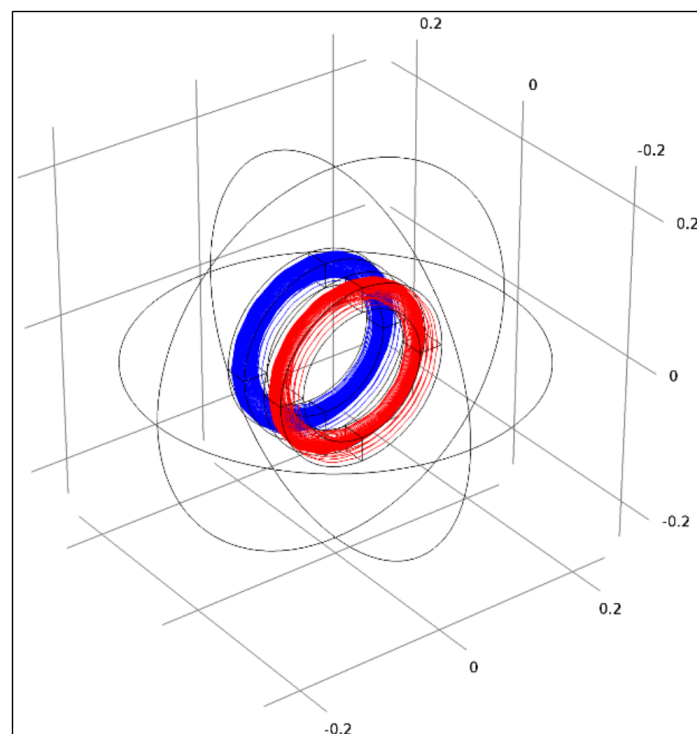
Além das deficiências citadas, o desalinhamento das estruturas e bobinas também causam a variação do campo magnético entre elas. A utilização de fio de seção quadrada, equipamentos mais precisos para fazer o enrolamento e alinhamento da estrutura garantem um melhor desempenho na construção do projeto.

### SIMULAÇÃO NO PROGRAMA COMSOL

O *COMSOL Multiphysics* é um software com ambiente interativo, fundamentado em métodos numéricos de resolução para modelagem e simulação de variáveis físicas de diversas áreas. Nele é possível simular, de uma só vez, modelos de múltiplos fenômenos físicos. Essa plataforma é uma combinação de módulos distintos e ferramentas capazes de simular aplicações eletromagnéticas, mecânicas, vazões de fluídos e químicas.

O *COMSOL Multiphysics* versão 5.2a foi o software usado para simular o arranjo experimental. Com o objetivo de conferir a distribuição da uniformidade do campo magnético fornecido pelo sistema das Bobinas de Helmholtz projetou-se um protótipo no COMSOL com os mesmos dados aplicados no arranjo experimental, como pode ser verificado na figura 10. Para modelagem das bobinas, utilizou-se a interface de campos magnéticos 3D incorporada, disponível no módulo

AC/DC, aplicando 961 fios em cada e uma corrente elétrica de intensidade 2,5A.

**Figura 10:** Modelagem das Bobinas de Helmholtz.

Fonte: Autores.

A densidade de fluxo magnético gerada no centro das bobinas pôde ser analisada a partir da simulação feita em 3D, para fins de comparação com os resultados obtidos no arranjo experimental, aplicando uma corrente elétrica de intensidade 2,5A e espaçamento de 7 cm entre as bobinas observado na figura 11.

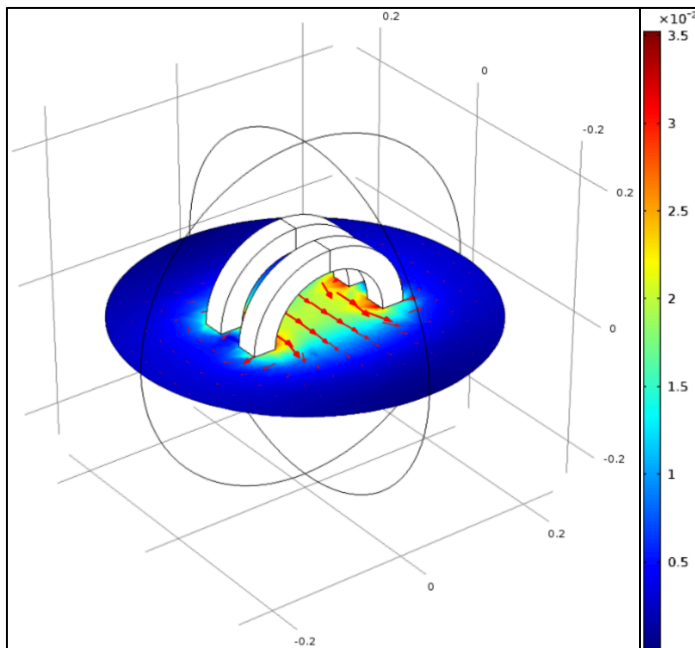
Para evidenciar a densidade de fluxo magnético gerado entre as bobinas, a figura 12 apresenta uma visão 2D demonstrando a intensidade de 19,8mT no centro entre elas. As setas vermelhas simulam a força e o sentido do campo magnético e, como os resultados indicam, a densidade de fluxo magnético é relativamente uniforme no centro entre as duas bobinas, exceto pela região próxima às bordas das bobinas. O campo magnético uniforme é o resultado da soma dos dois componentes de campo paralelos ao eixo das bobinas.

Observa-se uma breve similaridade nos resultados encontrados quando se compara os testes realizados e a simulação gráfica, obtendo, respectivamente, 18,4mT e 19,8mT.

### CONCLUSÃO

Dada a simulação teórica do campo magnético produzido utilizando o programa COMSOL quando comparado com o campo magnético ob-

**Figura 11:** Densidade de fluxo magnético entre as duas bobinas - simulação em 3D.



Fonte: Autores.

tido experimentalmente, pode-se avaliar que o resultado de 19,8 mT alcançado na simulação, foi muito próximo ao resultado de 18,4 mT obtido no teste, com pequena diferença de 7%.

Os requisitos como a geração de um volume mínimo de densidade de fluxo magnético uniforme e intensidade do campo magnético por eixo foram obtidos no arranjo experimental.

A modelagem e simulação no COMSOL simplifica ainda mais o processo de construção das bobinas de Helmholtz, bem como o cálculo de seus campos magnéticos. Essas análises contribuem para garantir a uniformidade desses campos, que é a característica mais procurada de uma bobina de Helmholtz.

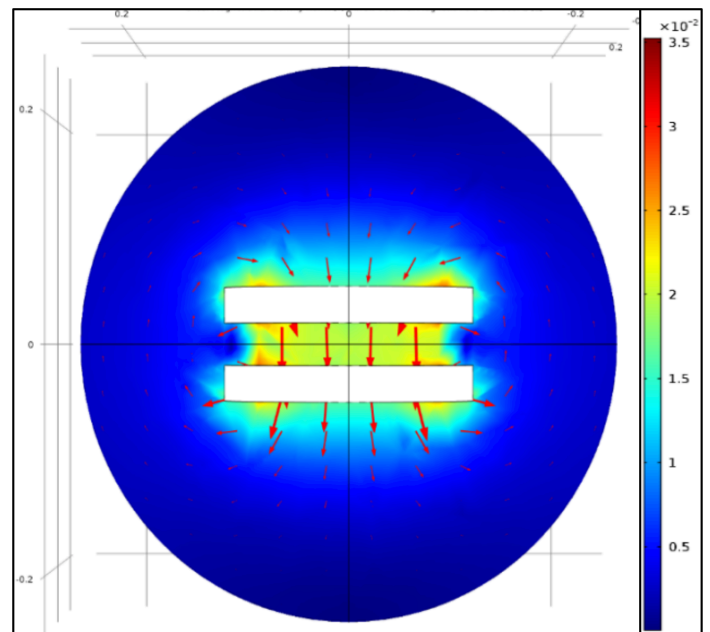
E os resultados do arranjo experimental e da simulação das bobinas de Helmholtz mostram que elas podem ser usadas para calibração de sensores Hall.

## REFERÊNCIAS

BOYLESTAD, Robert L. **“Introdução à Análise de Circuitos”**, 10ª Edição, Editora Prentice Hall, São Paulo, 2004.

BRONAUGH, Edwin L., **“Helmholtz coils for calibration of probes and sensors: limits of magnetics field accuracy and uniformity”**, in IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility, 1995, Symposium Record, pp. 72-76.

**Figura 12:** Visão 2D da densidade de fluxo magnético entre as bobinas.



Fonte: Autores.

CARTER, George W. **“The Electromagnetic Field in its Engineering Aspects”**, Longmans, 1967.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., **“Fundamentos da Física”**, Livros Técnicos e Científicos Editora, Volumes 2-3, 9ª Edição, Rio de Janeiro, 2012.

KIRSCHVINK, Joseph L., **“Uniform magnetic fields and double-wrapped coil systems: Improved techniques for the design of bioelectromagnetic experiments”**, Bioelectromagnetics, Volume 13, Nº 5, pp 401-411, Jan 1992.

KNOEPFEL, Heinz E. **“Magnetic Fields”**, John Wiley & Sons Inc., 2000.

KRAUS, John D., CARVER, Keith R., **“Eletromagnetismo”**, 2ª Ed., Guanabara Dois, 1973. O’MALLEY, J. **“Análise de Circuitos”**, 2ª Ed. São Paulo: Makron Books, 1992.